## Faraday tubeで読み解く磁場の 「形」と安定性

2018年3月22日 永田伸一

## 講義の目的

- 磁場の「形」とは
  - カ線とFaraday tube of forceの概念
- 磁場の「形」を求める
   一 微分方程式の境界値問題としてのForce free磁場
- 磁場の「安定性」
  - 磁場構造の変化と、爆発的エネルギー解放現象の関係
- 磁気的爆発現象の予測
  - どうしたら爆発を予測できるのだろうか?
     非平衡現象を真正面から取り組む、21世紀の科学

#### 2000/06/05



#### 2000/06/05

#### ・変幻極まりない自然の様相の一例.

- <u>万物の流転の法則とはいったいどのよう</u> <u>なものでしょうか。</u>(伊藤公孝)
- ・孔子(BC552-BC479)
   > 逝く者は斯くの如きか。昼夜を舎かず。

ヘラクレイトス(BC540-BC480)
 万物は流転し永続せず

Yohkoh / SXT Kyoto 4D

#### 2000/06/05

ここでは、爆発現象に伴うコロナの構造変化の、物理学的な記述について議論します。

 コロナの構造を示す「磁場」の「形」が、突然 変化するということの意味を、物理学的に 考えます。

変化の様子を司る法則について考えることが、科学の最先端であることを伝えられたら幸いです。

Yohkoh / SXT Kyoto 4D 大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準物理学・天文学分野

- 天文学·宇宙物理学:
  - 宇宙の構造・起源・未来、及び宇宙の物質・天体の 進化を解明することを目指している。さらにその先に、 宇宙における生命の探査が真剣に検討されている。
- ・ プラズマ・流体・非平衡系・生命物理学:
   <u>プラズマを含む流体や生命を含む非平衡系のダイナ ミズムと乱れの現象を解明し、自然界の変化の全容</u> <u>を明らかにすることを目指している</u>。さらに、核融合 発電の実現や生命現象・経済現象への広範囲な応 用を目指している。

#### 観測を説明する基礎方程式系

方程式で理解できるとはどういうこと?(理想電磁流体)



#### James Clerk-Maxwellの理論の発展

- ・原著論文は3段階ある
  - On Faraday's Lines of Force (1855) 24歳
    - <u>力線の概念</u>に数学的表現を与え、遠隔力の不要性を示す
  - On Physical Line of Force (1862) 31歳
    - ・分子渦の運動により電磁誘導を説明、電磁波を予言する
- C A Dynamical Theory of Electromagnetic Field (1864)
  - ・解析力学的な手法で、電磁場の方程式を導出する 33歳 (Maxwell方程式の原型)
- Cambridgeでの講義録に基づく決定版
   A Treaties on Electricity and Magnetism (1873)

#### James Clerk-Maxwellの理論の発展

• 原著論文 – On Fara • <u>力線</u> — On Phy: • 分子 – A Dyna • 解析 (Max Cambridg – A Treat

不要性を示す 支を予言する eld (1864) 出する 33歳

L873)

#### 電磁流体の運動方程式と力学平衡

 $\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \cdot \nabla\right) U = -\nabla p + \frac{(\nabla \times B) \cdot B}{4\pi} + \rho g \qquad \nabla \times B = \frac{4\pi}{c} J$ 

電磁流体力学の運動方程式

Ampereの法則を用いた変形

オーダーの比較;特徴的距離はpressure scale height H=pg/p.

 $\frac{|\nabla p|}{|(\nabla \times B) \times B|} \sim \frac{p/H}{(B^2/4\pi)/H} = \frac{p}{B^2/4\pi}$   $\frac{|\rho g|}{|(\nabla \times B) \times B|} \sim \frac{\rho g}{(B^2/4\pi)/H} = \frac{p}{B^2/4\pi}$ Lorentz力のみを考えればよい

#### Maxwell stress

#### 電磁流体力学の運動方程式

$$\rho \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} \right) U_i = \frac{\partial M_{ij}}{\partial x_j}$$

 $( \gamma)$ 

$$M_{ij} = -\delta_{ij} \frac{B^2}{8\pi} + \frac{B_i B_j}{4\pi}.$$

Lorentzカは、応カテンソル(Maxwell stress:面積力)を用いて表現することができる。

21/



運動方程式の右辺がゼロの時、電磁流体(プラズマ) は変形運動をしない。すなわち、プラズマに凍結した 磁場はその形を留める(電磁流体の力学平衡)

#### Maxwell stress



#### Maxwell stress



## 電磁場と速度場の対応関係

<u>湧き出しと吸い込みの定常流</u>

渦なしの流れでは速度ポテンシャル が存在する

 $\nabla \times v = 0 \Longrightarrow v = \nabla \Phi$ 



非圧縮の場合  $\nabla \cdot v = 0$ 

正負の電荷と磁荷の周りの電磁場

静電磁場、電流なしの場合、電磁場はスカ ラーポテンシャルで与えられる  $\nabla \times E = 0 \Longrightarrow E = \nabla \Phi_{F},$  $\nabla \times B = 0 \Longrightarrow B = \nabla \Phi_{B}$ 正の電荷・磁荷 負の電荷・磁荷  $\nabla \cdot E = 0, \nabla \cdot B = 0.$ 電荷・磁荷の外では、

 $\Phi = -\frac{m}{r}$ . m>0 湧き出し m<0 吸い込み  $\Phi = -\frac{m}{r}$ . m>0 正の電荷・磁荷 r M<0 負の電荷・磁荷

## 電磁場と速度場の対応関係

通き出しと吸い込みの定堂流 正角の雷荷と磁荷の周りの雷磁場 電磁場を、質量ゼロ、摩擦がなく、非圧縮性の、
仮想的流体の流れ場と考え、Faradayの力線の

- 概念に数学的表現を与えたのは、James Clerk-Maxwellの"On Faraday's Lines of Force" (1855).
- 磁力線とは、線のある点での接線が、その点での磁場と平行になる曲線.(流線に対応する).



## 磁束管:magnetic flux tube

流体粒子が流れにそってなす運動が なす「管」を考えることができる カ線と流線を対応させる事により、カ 線によって囲まれた「力管」Faraday tube of forceを考えることができる



非圧縮での質量保存より、S・v=一定、速度の大きな部分では、管の断面積は狭くなり、小さな部分では広くなる



磁束の保存、S・B=一定、磁場の強い部 分では管の断面積は狭くなり、弱い部分 では広くなる。磁場があることは磁束管が 全空間を満たしている状態と考える。



コロナループは、磁束管(Faraday tube of force)を高温プラズマのX線により可視化したものである。(ガス圧の磁場形状への影響は無視でき、プラズマは磁力線に絡みついているため。)

Time: 2015-08-24T07:00:06.082Z, dt=240.0s aia\_20150824T070006\_211-193-171-blos\_2k.prgb channel=211, 193, 171, source=AIA,AIA,AIA,HMI

## コロナループと磁束管



## Faraday tubeによる直感的理解



境界面の湧き出し(赤)から吸い込み (青)に向けての仮想流体のtubeで空 間を埋め尽くす.

Tubeの配置により、各tubeが縮もうとす る張力を、周囲からのtubeからの圧力 で打ち消し合うような配置を決めること が、力学平衡な磁場構造を決めること になる.

捻れのないtubeで満たす場合が、
 potential磁場、捻じれを持ったtubeで満たす場合が、force-free磁場に相当する。

青:負極 赤:正極

#### Force Free 磁場とPotential磁場

磁束管の磁気張力と、磁気圧力がつりあっている時の 運動方程式は、

$$\rho \left( \frac{\partial}{\partial t} + U \cdot \nabla \right) U = \frac{(\nabla \times B) \times B}{4\pi} = 0.$$

この条件を満たす磁場をForce-Free磁場と呼ぶ.

この条件は、  $\nabla \times B = \alpha B$ . と表すことができる. 特に、  $\nabla \times B = 0$  を、Potential磁場と呼ぶ



$$\nabla \times B = \alpha B,$$
  
$$\nabla \cdot (\nabla \times B) = B \cdot (\nabla \alpha) + \alpha (\nabla \cdot B) = 0,$$

$$\frac{B_x}{dx} = \frac{B_y}{dy} = \frac{B_z}{dz} = c$$
, 磁力線の方程式

 $=\frac{1}{B}\cdot(\nabla\alpha).$ 

$$d\alpha = \frac{\partial \alpha}{\partial x}dx + \frac{\partial \alpha}{\partial y}dy + \frac{\partial \alpha}{\partial z}dz = \frac{1}{c} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x}B_x + \frac{\partial \alpha}{\partial y}B_y + \frac{\partial \alpha}{\partial z}B_z\right)$$

磁力線に沿ってのαの変化



$$\nabla \times B = \alpha B,$$
  
$$\nabla \cdot (\nabla \times B) = B \cdot (\nabla \alpha) + \alpha (\nabla \cdot B) = 0,$$

$$B \cdot (\nabla \alpha) = 0$$
. 
🔿 磁力線に沿って $\alpha$ が一定.

Ampereの法則から、これは電流と磁場が平行な場、と解釈 する事ができる.流体力学・物理数学では、Beltrami場と呼 ばれ、一般解の性質そのものが研究対象である.

## 太陽コロナの磁場構造を求める

下部境界条件として観測される正負の磁荷を結ぶ Faraday tube of forceの空間配置を、次の条件をみたす ように決める.(tubeを流れる2種類の流束の保存と捉え ることができる)

①磁束の保存

正の足元(湧き出しと点)と負の足元(吸い込み点)で、 磁束(流束)は等しい→ B<sub>n</sub>のマッチング

②フォースフリー $\alpha$ の保存(電流の保存) 磁力線に沿って $\alpha$ は一定 $\rightarrow$ B<sub>t</sub>の空間微分のマッチング

#### Potential磁場の計算(磁荷の作る磁場)

ー様に帯磁した面が作る磁場を、ガウス の法則を用いて求める



面磁荷密度をoとする  

$$\nabla \cdot B = 4\pi\sigma \Rightarrow \int_{\delta S} B_n dS = 4\pi \int_{\delta V} \sigma dV,$$
  
 $B_n A + B_n A = 4\pi\sigma A.$   
 $\sigma = \frac{B_n}{2\pi}.$  面に対して垂直な磁場は、  
面磁荷密度を表す

面磁荷→ポテンシャル→磁場、と決まる

$$\Phi(r) = \int \frac{\sigma(r')}{|r-r'|} dV = \int \frac{B_n(r')}{2\pi |r-r'|} dV,$$

The Feynman Lectures on Physics, Volume II 図5-6

$$B(r) = -\nabla \Phi(r) = \int \frac{B_n(r')(r-r')}{2\pi |r-r|^3} dV$$

電流分布の作る磁場

定常電流と静磁場のアンペールの法則

$$c\nabla \times B = 4\pi j$$
,

ベクトルポテンシャルにクーロンゲー ジの条件を課す

$$\nabla \times A = B, \nabla \cdot A = 0.$$

$$\nabla^2 A = -\frac{4\pi}{c} j.$$

これは、電荷分布の作る静電ポテンシャル と同じポアソン方程式

$$\nabla^2 \phi = -4\pi\rho$$

電流分布からベクトルポテンシャルが 求められる

$$A(r) = \int \frac{j(r')}{c|r-r'|} dV.$$

ベクトルポテンシャルから磁場が求め られる(ビオ・サバールの法則)

$$B(r) = \nabla \times A(r)$$
$$= \int \frac{j(r') \times (r-r')}{c|r-r'|^3} dV.$$

## Force Free 磁場の計算

Sakurai (1987); Grad and Rubin (1958)  $_{\rm j}$ 









(a) data



①Potential磁場

 $B_n$ の分布に基づいたpotential 磁場を計算、光球面での $\alpha(B_t)$ に基づいた磁力線に沿った電 流分布の磁場を重ね合わせ、 磁力線分布を求める. (c) current  $\mathbf{j}$  (d) updated field

②Fore-Free磁場の修正

修正された磁力線分布(A)に沿って新 しい電流分布を求め、その電流が作 る磁場と磁力線分布(B)を求める.

AとBの差が小さくなるまで、繰り返す.

## 磁場の形と力学的性質

Inoue (2016)



2011-02-13 AR11158 フレア発生前

Faraday tube of forceに基づく磁 場の形とは、正極から負極に向 かう磁場の流束(磁束)の管の 空間配置(トポロジカルな概念)。

電磁流体場の力学的性質から、

- 1. 力学平衡配位に、<u>安定性の</u> <u>概念を適用できる</u>
- ガス+電磁場の系では、<u>場</u>
   <u>のエネルギーをガスのエネ</u>
   <u>ルギーに変換できる</u>

#### 平衡解の安定性



磁場のエネルギー

正負の磁荷分布が与えられている場合のforce free 磁場を、Faraday tube of force の配置で考えると

- 1. Potential磁場(tubeの捻じれなし)
- 2. Constant α force free磁場(一様な捻じれ)
- 3. Non linear force free磁場(磁力線ごとに異なる捻じれ)

の順に、蓄積エネルギーが大きくなる(<u>磁荷分布は</u> <u>同じでも、上空のtube配置=磁場の「形」で蓄積エネ</u> <u>ルギーが異なる</u>)

#### Flare/CMEとエネルギー蓄積と解放

Schrijver et al. (2008) NOAA10930 NLFFF modeling : Postflare: 2006 Dec. 13

Pre-flare: ポテンシャル磁場の下に、捻じれた磁束管が埋め込まれた磁場構造 磁束の捻じれ twist parameter 高度方向の磁場強度変化 decay index → 捻じれた磁束の安定性の解析 Post-flare: フレア発生後は、捻じれた磁 束構造が解消されている 低層の捻じれた磁束に蓄積されていたエ ネルギーの解放

非ポテンシャルな磁場の形が発達し、磁 場が不安定性になり、エネルギーを排出し、 より安定な磁場の形に急激に変化する

12-Dec-2006 20:30

13-Dec-2006 03:40

#### Flare/CMEとエネルギー蓄積と解放

Schrijver et al. (2008) NOAA10930 NLFFF modeling : Postflare: 2006 Dec. 13

Pre-flare: ポテンシャル磁場の下に、捻じれた磁束管が埋め込まれた磁場構造 磁束の捻じれ twist parameter 高度方向の磁場強度変化 decay index → 捻じれた磁束の安定性の解析



Post-flare: フレア発生後は、捻じれた磁 束構造が解消されている 低層の捻じれた磁束に蓄積されていたエ ネルギーの解放



## CMEと理想MHD不安定性

Standard model: Priest (2011), Figure 12.1

CMEを伴うフレアのモデルとして、フィラメント と、それを覆うアーケードからなる系での理 想MHD不安定性、磁気リコネクションが詳細 に調べられてきている

※解析的な取扱ができるのは、対称性が高い特殊な場合に限られ、数値実験が重要な研究手段となる.



電磁流体不安定性:

- 1. 電気抵抗による磁場の拡散が本質的に必要で ある散逸型不安定性
- 2. 電気抵抗がゼロでも起こる理想MHD不安定性

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \nabla \times (v \times B) + \frac{c \eta}{4\pi} \nabla^2 B.$$
$$R_m = \frac{\nabla \times (v \times B)}{\frac{c \eta}{4\pi} \nabla^2 B} = \frac{4\pi L^2 / c \eta}{L / V_A} = \frac{\tau_R}{\tau_A}.$$

R<sub>m</sub>:磁気レイノルズ数

R<sub>m</sub>>>1 → 理想MHD不安定性が、 まず平衡を壊す.

理想MHD不安定性が抑えられている場合、散逸不安定性が効く.

簡単な力学平衡解

平衡状態の運動方程式の解

$$\rho \left( \frac{\partial}{\partial t} + U \cdot \nabla \right) U = -\nabla p + \frac{(\nabla \times B) \times B}{4\pi} = 0.$$

$$\nabla \left( p + \frac{B^2}{8\pi} \right) - (B \cdot \nabla) B = 0. \quad \longleftarrow \quad \text{ガスのある場合の力学平衡の方程式}$$

Force-freeの条件と同じように、見かけ上は簡単だが、解析的な 解を求めるためには、高度な対称性を課す必要がある



## 円柱解のkink不安定性

軸対称な方程式は、

一つの解(剛体的に捻った磁束管)

Priest (2014), Figure 3.5



#### Force Free解を与える方程式

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{B_z^2 + B_{\phi}^2}{8\pi} \right) + \frac{B_{\phi}^2}{4\pi r} = 0.$$



$$B_{z}(r) = -\frac{a^{2}B_{0}}{a^{2} + r^{2}},$$
$$B_{\phi}(r) = \frac{raB_{0}}{a^{2} + r^{2}}.$$

円柱解のKink不安定性 B<sub>z</sub> Sakurai (1976) 内側0 2πа B<sub>Φ</sub> Pitch= $2\pi a B_7/B_{\oplus}$ Shafranovの条件: tubeの全長で1回以上捻ると不安定になる  $LB_{\phi}$ Ι, L < 1 pitch  $2\pi aB_z$  $2\pi a B_z / B_\phi$ コブができる

## 円柱解のKink不安定性



コブができる

## 軸対称torusの不安定性



フィラメントが上昇すると、上向きの力を受けるようになる → Tours 不安定性

#### 軸対称torus の 不安 定性

Kleim and Török (2006)

黒点を模擬する双極子の代わりに、  $B_{ext} = \hat{B}R_0^{-n}$ 

フィラメントの運動方程式

$$M \frac{d^2 R_0}{dt^2} = \frac{\mu I^2}{4\pi R_0} \ln \left(\frac{8R_0}{a} - 1\right) - I\hat{B}R_0^{-n}.$$

線形化したR<sub>0</sub>摂動項の方程式から、

 $\frac{d^2 r_0}{dt^2} = (n-2)r_0.$  n>2では不安定(R<sub>0</sub>の摂動は発散する) (外部磁場のRの指数 decay indexで判定)

磁気リコネクションと散逸型不安定性



Fig. 3. Field of displaced systems in perfectly conducting medium.

磁気リコネクションと散逸型不安定性 <u>Potentialな磁場の二つの黒点</u> Sweet (1958) A-As フレア(磁気リコネクション)の時間スケールは、 Alfven mach数の逆数になる 黒  $\tau_{rec} / \tau_A \sim 1 / M_A$  $P_0$ (b) Fig. 5. The collision layer. (a) Field in neighbourhood of current sheet. (b) Field across R A

current sheet (c) Idealized hydrodynamic model

Fig. 3. Field of displaced systems in perfectly conducting medium.

磁気リコネクションと散逸型不安定性



磁気リコネクションと散逸型不安定性



電流シートでの磁気散逸のみに依存する Sweet-Parker型に比較して、小さな散逸領域 の外部での電磁流体衝撃波を伴うPetschek 型は、リコネクション進行の時間スケールが 極めて短く、フレアの観測を説明しうる理論と 認識されてきた.(定常解の範囲)

Fig. 5. The collision layer. (a) Field current sheet

磁気リコネクションと散逸型不安定性



図 7.13 テアリング不安定性の概念図. (a) 反平行磁場のつく る電流シート (矢印は磁力線の向き) (b) 電気抵抗によって電流 が散逸すると磁力線がつなぎかわり,多くの磁気島ができる. こ のような不安定性のことをテアリング不安定性という. Shibata and Tanuma (2001)



磁気リコネクションと散逸型不安定性



#### 磁気的爆発現象を予測する

大きく分けると、以下の3つの着眼点に分類できる.

1. フィラメントに着目、理想MHD不安定性評価

- 2. リコネクションに着目、電流シートの安定性評価
- 3. 平衡状態を喪失させる磁束浮上の監視

磁場観測データを用いたコロナの磁場を数値模型化、 それに基づく安定性解析、の3ステップの<u>観測と理論</u> <u>を縦横無尽に駆使しなければならない.</u>

## 理想MHD不安定性の評価

d

2011-02-15 AR11158 フレア発生前

磁力線の捻じれは、 Kink不安定の臨界以下 であり、kinkに対しては 安定であることが示唆 される

а





torus不安定の臨界面 より下に捻じれた磁力 線はあり、安定であるこ とが示唆される.

Inoue (2016), Figure 7.



## 3次元的磁場構造とリコネクション



## 3次元的磁場構造とリコネクション

Vemareddy and Wiegelmann (2014)







計算されたコロナ磁場構造に、NULL点を 伴うseparatrix surfaceを同定、フレア領域 との関係を指摘している.



# シアしたアーケードの磁束系と、トリガ磁束系のリコネクションにより、捻じれた磁束が形成、不安定性により噴出する



Reversed Shear type



アーケードについてのポテンシャル磁場成 分(X)がリコネクションをすることで、捻じれ た磁束を形成し、torus不安定性により噴出 する

Kusano et al. (2012)

アーケードについてのシア磁場成分(Y) がリコネクションにより、磁気圧が低下し た領域にアーケード磁場が引き込まれそ れらのポテンシャル成分がリコネクション することで、捻じれた磁束を形成し、torus 不安定性により噴出する

#### 平衡状態を喪失させる磁束浮上の監視



磁場構造を捉える

フレアトリガ磁場が<mark>細かい磁気要素</mark> の掃き寄せによって形成される過程

50秒角



## 太陽コロナの磁場構造を求める

下部境界条件として観測される正負の磁荷を結ぶ Faraday tube of forceの空間配置を、次の条件をみたす ように決める.(tubeを流れる2種類の流束の保存と捉え ることができる)

①磁束の保存

正の足元(湧き出しと点)と負の足元(吸い込み点)で、 磁束(流束)は等しい→ B<sub>n</sub>のマッチング

②フォースフリー $\alpha$ の保存(電流の保存) 磁力線に沿って $\alpha$ は一定 $\rightarrow$ B<sub>t</sub>の空間微分のマッチング

## 模型化の前提が満たされていない!



コロナに到達しない磁場が混入し た状態で、(フォースフリー)なコロ ナを定量的に理解することは出来 ないのではないか?(我々の現状 理解は、真理から程遠い.)



彩層磁場情報を取り込み、 コロナに達する磁束管を見極める 数值計算手法: 力学平衡磁場仮定の妥当性評価

#### 次世代観測ミッション: Advanced Solar Optical Telescope (ASOT)

	SP/ひので	HMI/SDO	Advanced SOT
空間分解能	0.3″	1"	0.3″
視野	< 320"x160"	full disk	400"x400"
精度	10-3	3 x10 <sup>-3</sup>	3 x10 <sup>-4</sup>
波長情報	full profile	6点	4点
観測波長	光球	光球	光球+彩層
時間分解能	1hr ~ 1day	12min	0.5 <b>~</b> 1min

フィルターグラフにより、1分の分解能で光球+彩層の磁場を観測し続け、コロ ナ磁場のカ学バランスと電流シートの発達を監視し、フレア・CME発現機構を 究明し、予測につなげる